

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

$f(x) = e^x + 2e^{-x} - 3$. الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = e^x + 2e^{-x} - 3$ اختر الجواب الصحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة مع التعليل.

الإجابة ج)	الإجابة ب)	الإجابة أ)		
0 و $\ln 3$	0 و $-\ln 2$	0 و $\ln 2$	حلّي المعادلة $f(x) = 0$ هما	1
-3	$+\infty$	$-\infty$	نهاية $f(x)$ عندما x يؤول إلى $+\infty$ هي	2
ليست رتيبة	متناقصة تماما	متزايدة تماما	على المجال $\left[\frac{\ln 2}{2}; +\infty\right]$ الدالة f	3
-1	2	1	m القيمة المتوسطة للدالة f على المجال $[0; 2]$ ، مدور m إلى الوحدة هو :	4

التمرين الثاني: (04,5 نقطة)

(V_n) متتالية هندسية حدودها موجبة ومعرفة على \mathbb{N} بحدّها الأول $V_0 = 18$ والعلاقة: $V_0 + V_1 + V_2 = 38$.

1/ بيّن أنّ أساس المتتالية (V_n) هو $q = \frac{2}{3}$.

2/ أ) اكتب عبارة الحد العام V_n بدلالة n .

ب) ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (V_n) .

ج) احسب نهاية (V_n) .

3/ نضع $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_{n-1}$.

أ) احسب S_n بدلالة n ثم استنتج نهاية S_n عندما n يؤول إلى $+\infty$.

ب) جد العدد الطبيعي n بحيث $S_n = \frac{3510}{81}$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

الجدول التالي يعطي توزيع 500 تلميذ في إحدى الثانويات.

التلميذ	ذكور	إناث
يملك هاتف نقال	60	240
لا يملك هاتف نقال	120	80

نختار عشوائيا تلميذا من الثانوية ونسمي H الحادثة: " التلميذ المختار ذكرا "، F الحادثة: "التلميذ المختار أنثى " ،

S الحادثة: "التلميذ يملك هاتف نقالا " ، \bar{S} الحادثة: "التلميذ لا يملك هاتف نقالا " .

(1) شكّل شجرة الاحتمالات لهذه التجربة.

(2) احسب احتمال الحوادث التالية:

أ) التلميذ المختار أنثى وتملك هاتف نقالا .

ب) التلميذ المختار لا يملك هاتف نقالا .

(3) نفرض أنّ التلميذ المختار لا يملك هاتف نقالا. ما هو احتمال أن يكون هذا التلميذ ذكرا ؟

التمرين الرابع: (07,5 نقطة)

(I) g دالة عددية معرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = ax + b + \ln x$ حيث a و b عدنان حقيقيان .

(1) عيّن a و b بحيث: $g(1) = 2$ و $g'(2) = \frac{3}{2}$.

(2) نضع : $g(x) = x + 1 + \ln x$.

أ- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$.

ب- ادرس اتجاه تغيّر الدالة g ثم شكّل جدول تغيّراتها .

ج- بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً حقيقيا وحيدا α حيث: $0,2 < \alpha < 0,3$.

د- حدّد تبعا لقيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \frac{x \ln x}{x+1}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$ ثم استنتج اتجاه تغيّر الدالة f .

(2) احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. (يُعطى : $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x = 0$) .

(3) تحقق أنّ: $f(\alpha) = -\alpha$ ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة f .

(4) احسب $f(1)$ و $f(5)$ ثمّ ارسم (C_f) على المجال $]0; 5]$.

انتهى الموضوع الأول

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة	
04		التمرين الأول: (04 نقاط)
	01	1 / الاقتراح الأول الإجابة أ / مع التبرير
	01	2 / الاقتراح الثاني الإجابة ب / مع التبرير
	01	3 / الاقتراح الثالث الإجابة أ / مع التبرير
		4 / الاقتراح الرابع الإجابة أ / مع التبرير
04,5		التمرين الثاني: (04,5 نقطة)
	01	1 / إثبات أن أساس المتتالية $q = \frac{2}{3}$ (نحل للمعادلة $q^2 + q - \frac{10}{9} = 0$ و $q > 0$).
	0,50	أ/2 عبارة الحد العام $V_n = 18 \left(\frac{2}{3}\right)^n$.
	0,50	ب) (V_n) متناقصة تماما على \mathbb{N} .
	0,50	ج / $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n = 0$
	01	3 / أ) $S_n = 54 \left(1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n\right)$ استنتاج أن $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = 54$.
		ب) $S_n = \frac{3510}{81}$ فإن $n = 4$.
1,50		التمرين الثالث: (04 نقاط)
	1,50	1 / شجرة الاحتمالات.

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة	
02,5	0,75	2/ أ) احتمال أن يكون التلميذ المختار أنثى وتملك هاتفا نقالا هو $p(F \cap S) = \frac{12}{25}$.
	01	ب) احتمال أن يكون التلميذ المختار لا يملك هاتفا نقالا هو $p(\bar{S}) = \frac{2}{5}$.
	0,75	3/ احتمال أن يكون التلميذ المختار ذكرا علما أنه لا يملك هاتفا نقالا هو $p_{\bar{S}}(H) = \frac{p(H \cap \bar{S})}{p(\bar{S})} = \frac{3}{5}$.
07,5		التمرين الرابع: (07,5 نقطة)
	0,75	(I) 1/ تعيين a ، b : $g'(x) = a + \frac{1}{x}$; $a=1$ و $b=1$.
	2×0,5	(2) أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = -\infty$.
	01	ب) g متزايدة تماما على $]0; +\infty[$ جدول التغيرات .
	0,75	ج) إثبات أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0 < \alpha < 1$.
	0,50	د) إشارة $g(x)$ على $]0; +\infty[$.
	01	(II) 1/ إثبات أن: $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$ f متناقصة تماما على $]0; \alpha[$ ومتزايدة تماما على $[\alpha; +\infty[$.
	01	2/ لدينا $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0$.
	0,5	3/ التحقق أن $f(\alpha) = -\alpha$.
	0,25	- جدول التغيرات.
0,75	4/ رسم المنحنى (C_f) .	